A6L

A6: (Bereiche komplexer Zahlen) Zeichne die Mengen komplexer Zahlen (oder einen Ausschnitt davon):

a. $\{z \in \mathbb{C} : z\overline{z} - 9 \leq 0\}$ b. $\{z \in \mathbb{C} : \left|\frac{z+4}{z-4}\right| \geq 1\}$ c. $\{z \in \mathbb{C} : (z-i)(\overline{z}+i) < 4\}$

Kreisgleichung:

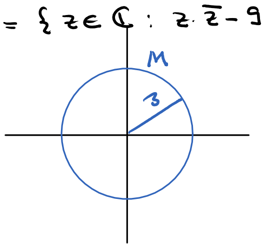
$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2 \Leftrightarrow$

(x,y) auf Kreis um (x_0, y_0) mit Radius r

a. $M = \{z \in \mathbb{C} : z \cdot \overline{z} - 9 \leq 0\}$

$z = a + ib \Rightarrow z \cdot \overline{z} = a^2 + b^2$

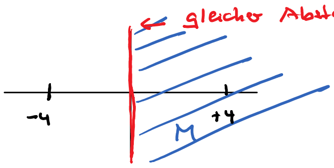
$z \cdot \overline{z} - 9 \leq 0 \Rightarrow a^2 + b^2 \leq 9 \Rightarrow$ Kreis um 0 mit Radius 3



b. $M = \{z \in \mathbb{C} : \left|\frac{z+4}{z-4}\right| \geq 1\}$

$|z+4| \geq |z-4| \Leftrightarrow$ Abstand z zu -4 $\geq$ Abstand z zu 4

← gleicher Abstand zu -4 und $+4$



$M = \{z \in \mathbb{C} : Re(z) \geq 0\}$

oder algebraisch $z = a + ib$

$|z+4| \geq |z-4| \Leftrightarrow |a+ib+4| \geq |a+ib-4|$

$\Leftrightarrow (a+4)^2 + b^2 \geq (a-4)^2 + b^2 \Leftrightarrow (a+4)^2 \geq (a-4)^2$

$\Leftrightarrow a^2 + 8a + 16 \geq a^2 - 8a + 16 \Leftrightarrow 8a \geq -8a \Leftrightarrow a \geq -a$

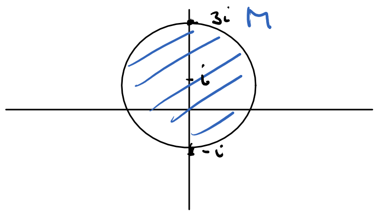
$\Leftrightarrow a \geq 0$

c. $M = \{z \in \mathbb{C} : (z-i)(\overline{z}+i) < 4\}$

$z = a + ib \Rightarrow (z-i)(\overline{z}+i) = z \cdot \overline{z} + zi - \overline{z}i + 1$

$= a^2 + b^2 - b + ia - (b + ia) + 1 = a^2 + b^2 - 2b + 1$

$= a^2 + (b-1)^2$



$a^2 + (b-1)^2 < 4$

$\underset{\text{Kreisgleichung}}{\Rightarrow}$ M ist Kreis um i mit Radius 2