

Tabelle:

	0	30	45	60	90
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

A2: (Kartesische und polare Darstellung komplexer Zahlen)

Gib die folgenden komplexen Zahlen in kartesischer Darstellung sowie in Polarform an.

a.  $z = 3$    b.  $w = 3 + 4i$    c.  $z = \frac{1}{2+i}$

d.  $w = -3 + i + 6 - 2i$    e.  $z = 4 \cos(\pi) + 4i \sin(\pi)$    f.  $w = 5 \cos(\frac{2\pi}{3}) + 5i \sin(\frac{2\pi}{3})$

a.  $z = 3 \Rightarrow z = 3 + i \cdot 0$  (kartesisch)    $z = 3 \cdot (\cos 0 + i \sin 0)$  (polar)

b.  $w = 3 + 4i$  (kartesisch),

polar:  $|w| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ,  $\arg(w) = \alpha$  mit  $\cos \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}(\frac{3}{5})$

$w = 5 \cdot (\cos \alpha + i \sin \alpha)$

c.  $z = \frac{1}{2+i} = \frac{2-i}{5} = \frac{2}{5} - i \frac{1}{5}$  (kartesisch)

polar:  $|z| = \sqrt{\frac{4}{25} + \frac{1}{25}} = \sqrt{\frac{5}{25}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ,  $\cos \alpha = \frac{2 \cdot \sqrt{5}}{5} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}(\frac{2}{\sqrt{5}}) \approx 0.4636$  TR

$z = \frac{\sqrt{5}}{5} (\cos(-\alpha) + i \sin(-\alpha))$

$\arg(z) = -\alpha$

d.  $w = -3 + i + 6 - 2i = 3 - i$  (kartesisch)

polar:  $|w| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} = 3 \cdot \sqrt{2}$ ,  $\cos \alpha = \frac{3}{3 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$

$z = 3 \cdot \sqrt{2} (\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4}))$

$\arg(w) = -\frac{\pi}{4}$

e.  $z = 4 \cdot \cos(\pi) + 4i \cdot \sin(\pi) = 4(\cos(\pi) + i \sin(\pi))$  (polar)

$= -4 + i \cdot 0$  (kartesisch)

f.  $w = 5 \cdot \cos(\frac{2\pi}{3}) + 5i \cdot \sin(\frac{2\pi}{3}) = 5 \cdot (\cos(\frac{2\pi}{3}) + i \sin(\frac{2\pi}{3}))$  (polar)

$= 5 \cdot (-\frac{1}{2}) + 5i \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = -\frac{5}{2} + i \cdot \frac{5}{2}\sqrt{3}$  (kartesisch)