

A2018

a. Gegeben Sie in jeder Teilaufgabe ein Beispiel an für Folgen, die die angegebenen Aussagen erfüllen:

- a1. (a_n) ist konvergent und (b_n) ist divergent und $(a_n * b_n)$ ist divergent
- a2. (a_n) ist konvergent und (b_n) ist divergent und $(a_n * b_n)$ ist konvergent
- a3. (a_n) ist divergent und (b_n) ist divergent und $(a_n * b_n)$ ist divergent
- a4. (a_n) ist divergent und (b_n) ist divergent und $(a_n * b_n)$ ist konvergent

b. Es seien $(a_n), (b_n)$ konvergente reelle Folgen mit $a = \lim_{x \rightarrow \infty} a_n$ und $b = \lim_{x \rightarrow \infty} b_n$. Was kann man über die Folge $(a_n * b_n)$ aussagen? (Ohne Beweis!)

c. Es seien (a_n) eine gegen a konvergente Folge. Beweisen Sie durch Induktion bezüglich m , dass für alle $m \in \mathbb{N}$ gilt: Die Folgen (a_n^m) konvergiert gegen a^m . *Hinweis:* Verwenden Sie die Aussage aus Teil b.

a)

$$a_1. \quad a_n = \frac{1}{n} \quad b_n = n^2$$

a2. $a_n = 0$ $b_n = n$

q3. $a_n = b_n = n$

a4. $a_n = (-1)^n, b_n = (-1)^n$

b) $(a_n \cdot b_n)$ konvergiert gegen $a \cdot b$

c) I.A.: $m=1$ a_n konvergiert gegen a nach Voraussetzung.

$$\text{I.S.: } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n^{m+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n^m \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a^m \cdot a = a^{m+1} \quad \checkmark$$