

A2020

a) Beweisen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstabelle, dass die Aussage $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$ für beliebige Wahrheitswerte von A und B wahr ist.

b) Tim, Chris, Niko und Alex tragen T-Shirts in verschiedenen Farben: Schwarz, weiß, grün und blau. Vanessa hat die drei gesehen und erzählt ihren Freundinnen:

(1) Tims Shirt ist nicht schwarz und auch nicht weiß.

(2) Das Shirt von Alex ist blau.

(3) Tim trägt nicht blau und Niko nicht weiß.

Die Freundinnen raten sofort los: Alex trägt blau, Tim grün, Niko schwarz und Chris weiß. Aber Vanessa ergänzt, dass alle drei Aussagen (1), (2) und (3) falsch sind.

b1) Verneinen Sie die Aussagen (1), (2) und (3).

b2) Beweisen Sie, dass eindeutig bestimmt ist, welcher der vier Jungs welche Farbe trägt, wenn die drei Aussagen falsch sind. Geben Sie an, wer welche Farbe trägt.

α	A	B	$\neg(A \wedge B)$	$\neg A \vee \neg B$
	0	0	1	1
	0	1	1	0
	1	0	1	0
	1	1	0	0

b1)

(1) Tims Shirt ist schwarz oder weiß.

(2) Das Shirt von Alex ist nicht blau.

(3) Tim trägt blau oder Niko trägt weiß

b2) Fall 1: Tim schwarz, dann folgt aus (3): Niko weiß, dann wegen (2): Alex grün und somit Chris blau.

Fall 2: Tim nicht schwarz, dann folgt aus (1) Tim weiß, dann Niko also nicht weiß, dann wegen (3) Tim blau: Widerspruch.

Tim muß also schwarz tragen und nach der Argumentation für Fall 1 folgen die anderen Farben dann zwingend.