1. (3 Punkte) (a) Nach welchem Wert nehmen Greedy und A* jeweils den nächsten Zustand aus der frontier?
   (b) Welches der beiden Verfahren findet sicher einen kürzesten Weg, wenn die Heuristik zulässig ist?
   (c) Warum findet das andere Verfahren manchmal einen längeren Weg?

Lösung:

(a) Greedy nimmt den Zustand mit der kleinsten Heuristik h, also den, der vermutlich am nächsten am Ziel ist. A* nimmt den Zustand mit dem kleinsten A*-Wert $g + h$, also Rückwärtskosten plus geschätzte Vorwärtskosten.

(b) A*.

(c) Greedy beachtet nicht, wie lang der Weg bis zu einem Zustand schon war. Lockt die Heuristik in die falsche Richtung, nimmt Greedy einen langen Umweg und bleibt dabei.

2. (2 Punkte) Ein Feld hat die Koordinaten (Zeile, Spalte), das x oben links hat die Koordinaten (0, 0). Die Folgezustände werden in der Reihenfolge oben, unten, links, rechts erzeugt. Greedy untersucht im Laufe seiner Arbeit von links kommend den Zustand (5, 8). Dabei werden zwei neue Folgezustände mit der euklidischen Heuristik bewertet. Wie lauten die Folgezustände und ihre Bewertungen? Runde auf zwei Dezimalstellen.

```
xxxxxxxxxxxxxxxxxx
x . . . . . E . . . x
x . . . . . . . . . . . . . . . x
x . . xxxx . . xxxxx . . . x
x . . . . . . . . . . . . . . . x
x . . S . . . . . . . . . . . . x
xxxxxxxxxxxxxxxxxx
```

Lösung: (4, 8): 5.83
(5, 9): 5.66

Die Bewertung ist die Luftlinie zum Ziel (1, 13), z.B. für (4, 8): $\sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34} \approx 5.83$.

3. (2 Punkte) Ein Feld hat die Koordinaten (Zeile, Spalte), das X oben links hat die Koordinaten (0, 0). Die Folgezustände werden in der Reihenfolge oben, unten, links, rechts erzeugt. Haben zwei Tupel in der frontier dieselbe Bewertung, wird das mit dem kleineren Zustand zuerst entnommen. Notiere die ersten 6 Tupel, die beim Ablauf von Greedy mit der Manhattan-Heuristik in die frontier gelegt werden, einschließlich des Starttupels. (Die Punkte sollen das Abzählen erleichtern.)

```
XXXXXXXXXX
X . . . . . . . . X
X . . E . . . . . X
XXXXXXX . . X
X . . . . S . . . X
XXXXXXXXXX
```

Lösung:

```
(4, (4, 5))
(3, (4, 4))
(5, (4, 6))
(2, (4, 3))
(3, (4, 2))
(4, (4, 1))
```

4. (2 Punkte) Zeichne in das Labyrinth Wände so ein, dass Greedy mit der Manhattan-Heuristik einen Weg findet, der mindestens 5 Schritte länger ist als der kürzeste Weg.

```
xxxxxxxxxxx
x . . . . . x
x . . . . . x
x . . . . . x
x . . . . . x
x . . . . . Ex
x . S . . . . . x
x . . . . . x
xxxxxxxxxxx
```

Lösung: z.B.

```
xxxxxxxxxxx
x           x
x     xxx   x
x       x   x
x       x   x
x       x  Ex
x  Sxxxxx   x
x           x
xxxxxxxxxxx
```

Greedy läuft zuerst nach rechts bis an die Wand, dann nach oben und oben um die Wand herum. Dieser Weg hat 20 Schritte, der kürzeste Weg unten herum hat 10 Schritte.

5. (2 Punkte) Ein Feld hat die Koordinaten (Zeile, Spalte), das x oben links hat die Koordinaten (0, 0). Die Folgezustände werden in der Reihenfolge oben, unten, links, rechts erzeugt. (Die Punkte sollen das Abzählen erleichtern.)

   Wie werden die Zustände (2, 6) und (4, 7) vom A*-Algorithmus bewertet, wenn für die Vorwärtskosten die Manhattan-Distanz zum Ziel verwendet wird?

```
xxxxxxxxxxxxxxxxxx
x . . . . . E . . . x
x . . . . . . . . . . . . . . . . x
x . . xxxx . . xxxxx . . . x
x . . . . . . . . . . . . . . . . x
x . . S . . . . . . . . . . . . . x
xxxxxxxxxxxxxxxxxx
```

Lösung: (2, 6): 16
(4, 7): 14

(2, 6): Rückwärtskosten 8, Vorwärtskosten 8.
(4, 7): Rückwärtskosten 5, Vorwärtskosten 9.

6. (2 Punkte) Ein Feld hat die Koordinaten (Zeile, Spalte), das x oben links hat die Koordinaten (0, 0). Die Folgezustände werden in der Reihenfolge oben, unten, links, rechts erzeugt. (Die Punkte sollen das Abzählen erleichtern.)

   Wie werden die Zustände (3, 8) und (6, 9) vom A*-Algorithmus bewertet, wenn für die Vorwärtskosten die euklidische Distanz zum Ziel verwendet wird? Runde auf zwei Dezimalstellen.

```
xxxxxxxxxxxxxxxxxx
x . . . . . E . . . . x
x . . . . . . . . . . . . . . . . x
x . . xxxxx . xxxxx . . . x
x . . . . . Sx . . . . . x . . . x
x . . . . . xx . . . . . . . . x
x . . . . . . . . . . . . . . . . x
xxxxxxxxxxxxxxxxxx
```

Lösung: Rückwärtskosten + Vorwärtskosten:

(3, 8): 9 + 4.47 = 13.47
(6, 9): 5 + 5.83 = 10.83

7. (2 Punkte) Ein Feld hat die Koordinaten (Zeile, Spalte), das X oben links hat die Koordinaten (0, 0). Die Folgezustände werden in der Reihenfolge oben, unten, links, rechts erzeugt. Haben zwei Tupel in der frontier dieselbe Bewertung, wird das mit dem kleineren Zustand zuerst entnommen. Notiere die ersten 6 Tupel, die beim Ablauf von A* mit der Manhattan-Heuristik in die frontier gelegt werden, einschließlich des Starttupels. (Die Punkte sollen das Abzählen erleichtern.)

```
XXXXXXXXXX
X.S . . . . . X
X . . X . . . . . X
XXXX . . . . . X
X.E . . . . . X
XXXXXXXXXX
```

Lösung:

```
(3, (1, 2))
(3, (2, 2))
(5, (1, 1))
(5, (1, 3))
(5, (2, 1))
(7, (1, 4))
```

8. (4 Punkte) In einem Suchproblem haben die Züge unterschiedliche Kosten. Start ist S, Ziel ist Z. Die Tabellen geben die möglichen Züge (in beide Richtungen) mit ihren Kosten und die Heuristik h an.

Zug	Kosten
S – A	1
S – B	4
A – B	2
A – C	5
B – C	1
C – Z	3

Zustand	h
S	6
A	5
B	3
C	2
Z	0

`nextstates` liefert die Nachbarn in alphabetischer Reihenfolge. Die Rückwärtskosten werden mit `g[state] + cost(state, v)` berechnet.

(a) Notiere alle Tupel, die A* in die frontier legt, in der richtigen Reihenfolge.

(b) Welchen Weg findet A*, und welche Kosten hat er?

(c) Bei welchen Zuständen wurde die Bewertung nachträglich verbessert? Warum?

Lösung:

(a) (6, S), (6, A), (7, B), (6, B), (8, C), (6, C), (7, Z)

(b) S, A, B, C, Z mit den Kosten 7

(c) B und C. B wurde zuerst von S aus mit den Rückwärtskosten 4 gefunden. Über A kostet der Weg nur $1 + 2 = 3$. Danach wurde C zuerst von A aus mit $1 + 5 = 6$ gefunden, über B kostet es nur $3 + 1 = 4$. Beide kamen deshalb mit dem kleineren A*-Wert noch einmal in die frontier.

9. (3 Punkte) Im Labyrinth kostet jeder Schritt nach oben, unten, links oder rechts 1. Welche der folgenden Heuristiken sind für A* zulässig? Begründe kurz.

(a) die Manhattan-Distanz zum Ziel

(b) das Doppelte der Manhattan-Distanz

(c) $h = 0$ für alle Zustände. Wie verhält sich A* dann?

Lösung:

(a) Zulässig. Ohne Wände ist sie genau die Anzahl der Schritte, Wände können den Weg nur verlängern.

(b) Nicht zulässig. Ohne Wände dazwischen überschätzt sie die Kosten um das Doppelte. A* findet dann nicht mehr sicher einen kürzesten Weg.

(c) Zulässig, denn sie überschätzt nie. A* nimmt dann immer den Zustand mit den kleinsten Rückwärtskosten aus der frontier. Bei Kosten 1 pro Schritt untersucht A* die Zustände Ebene für Ebene wie die Breitensuche.

10. (3 Punkte) Beim 8-Puzzle ist ein Zustand ein Tupel mit den Zahlen von links oben nach rechts unten, die Leerstelle ist die 0. Der Zielzustand ist `(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)`.

    (a) Berechne für den Zustand `(1, 2, 0, 3, 4, 5, 8, 6, 7)` die Heuristiken *falsche Plättchen* (Anzahl der Plättchen, die nicht auf ihrem Zielplatz stehen) und *Manhattan-Summe* (für jedes Plättchen die Anzahl der Zeilen und Spalten bis zu seinem Zielplatz, aufaddiert). Die Leerstelle zählt nicht mit.

    (b) Warum sind beide Heuristiken zulässig?

Lösung:

(a) Falsche Plättchen: 5 (das sind 1, 2, 8, 6, 7). Manhattan-Summe: 6 (1: 1, 2: 1, 8: 2, 6: 1, 7: 1).
Der Zustand sieht so aus: `1 2 _ / 3 4 5 / 8 6 7`, das Ziel ist `_ 1 2 / 3 4 5 / 6 7 8`.

(b) Jedes falsch stehende Plättchen muss mindestens einmal bewegt werden. Ein Zug bewegt ein Plättchen um genau ein Feld, also braucht jedes Plättchen mindestens so viele Züge, wie seine Manhattan-Distanz angibt. Beide Heuristiken überschätzen deshalb nie die tatsächliche Anzahl der Züge.