1. (3 Punkte) Gegeben sind die beiden komplexen Zahlen $z_1 = 0.5 + 2i$ und $z_2 = -1 - i$. Berechne:

   a) $z_1 + z_2$

   b) $z_1 \cdot z_2$

   c) z_1^2

2. (4 Punkte) Rechne ohne Taschenrechner.

   a) Berechne i^3 und i^4.

   b) Berechne den Betrag von $3 - 4i$.

   c) Gib an, was ausgegeben wird.

   ```
   print((1 + 1j)**2)
   ```

3. (3 Punkte) Berechne jeweils die Folgenglieder z_0 bis z_4 der Mandelbrotfolge und entscheide, ob die Zahl zur Mandelbrotmenge gehört.

   a) $c = -2$

   b) $c = 2$

4. (3 Punkte) Berechne die Folgenglieder z_0 bis z_3 der Mandelbrotfolge für $c = -1 + i$ ohne Taschenrechner. Entscheide, ob c zur Mandelbrotmenge gehört.

5. (3 Punkte) Berechne die Folgenglieder z_0, z_1, z_2 der Mandelbrotfolge für $c = -1.5 - i$. Begründe, welche Farbe der zugeordnete Punkt bei dieser Iterationsstufe in einem schwarz-weißen Bild der Mandelbrotmenge erhält.

6. (4 Punkte) Berechne die Folgenglieder z_0, z_1, z_2, z_3 der Mandelbrotfolge für $c = 0.3 - 1.05i$. Begründe, welche Farbe der zugeordnete Punkt bei dieser Iterationsstufe in einem schwarz-weißen Bild der Mandelbrotmenge erhält. Runde auf 3 Stellen nach dem Komma.

7. (4 Punkte) Berechne die Folgenglieder z_0, z_1, z_2, z_3 der Mandelbrotfolge für $c = 0.42 - 0.39i$. Begründe, welche Farbe der zugeordnete Punkt bei dieser Iterationsstufe in einem schwarz-weißen Bild der Mandelbrotmenge erhält. Runde auf 3 Stellen nach dem Komma.

8. (2 Punkte) Was wird ausgegeben?

```
def mandelzahl(c, kmax):
    z = 0
    for i in range(kmax):
        if abs(z) > 2: return i
        z = z**2 + c
    return -1

print(mandelzahl(0.6, 100))
```

9. (2 Punkte) Was wird ausgegeben?

```
def mandel(c, k):
    if k == 0: return 0
    return mandel(c, k-1)**2 + c

print(mandel(1, 3), mandel(-1, 7))
```

10. (3 Punkte) Ein Ausschnitt der Mandelbrotmenge soll auf einem Bild mit 800×600 Pixeln gezeichnet werden. Das Pixel oben links (0, 0) entspricht der Zahl $-1.6 + 0.3i$. Benachbarte Pixel entsprechen Zahlen, deren Real- bzw. Imaginärteil sich um 0.001 unterscheidet.

    a) Gib an, welche Zahl untersucht werden muss, um die Farbe des Pixels (250, 120) zu bestimmen.

    b) Gib an, welche Zahl zum Pixel unten rechts gehört.

11. (2 Punkte) Was wird ausgegeben?

```
import numpy as np

for i, x in enumerate(np.linspace(0, 2, 5)):
    if i % 2 == 0:
        print(i, x)
```

12. (2 Punkte) Ein Bild der Mandelbrotmenge wird so gefärbt:

```
farben = ['gelb', 'orange', 'rot', 'blau', 'grün']
mz = mandelzahl(c, 30)
if mz < 0:
    farbe = 'schwarz'
else:
    farbe = farben[mz % len(farben)]
```

Gib die Farbe der Punkte an, für die `mandelzahl` die Werte 9, 12, 5 und -1 liefert.

13. (3 Punkte) Schreibe eine Funktion `beschraenkt(c, k)`. Sie soll `True` zurückgeben, wenn die ersten `k` Folgenglieder $z_0, \ldots, z_{k-1}$ der Mandelbrotfolge zu `c` alle einen Betrag kleiner oder gleich 2 haben, sonst `False`. Verwende dabei keine der Funktionen aus dem Unterricht.