1. (3 Punkte) Gegeben sei die Hashfunktion $f(s) =$ (Summe der Unicode-Werte der Zeichen von s)%11. Die Unicode-Werte sind: A = 65, E = 69, M = 77, O = 79, T = 84, V = 86.
   (a) Berechne die Hashwerte der Strings EVA, AVE und TOM.
   (b) Welche Strings haben bei dieser Hashfunktion immer denselben Hashwert? Wie kann man die Hashfunktion verbessern?

2. (3 Punkte) Gegeben sei die Hashfunktion $f(x) = x\%10$.
   (a) Füge die Zahlenfolge `25 13 35 8 45 18 3` mit offenem Hashing in eine Hashtabelle mit den Plätzen 0 bis 9 ein. Zeichne die Tabelle.
   (b) Welche Zahlen muss man bei der Suche nach der 55 ansehen?

3. (2 Punkte) Gegeben sei die Hashfunktion $f(x) = x\%10$. Füge die Zahlenfolge `12 18 22 23 42 19 38` in die Hashtabelle ein. Benutze dabei lineares Sondieren.

f(x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x										

4. (3 Punkte) Gegeben sei die Hashfunktion $f(x) = x\%10$. Die folgende Hashtabelle wurde mit linearem Sondieren erzeugt.

f(x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	67	19	28					47	57	9

   (a) Welche Plätze werden bei der Suche nach der 28 angesehen?

   (b) Welche Plätze werden bei der Suche nach der 38 angesehen?

   (c) Warum darf man bei der Suche nach der 38 aufhören, bevor man alle Plätze angesehen hat?

5. (3 Punkte) Gegeben sei die Hashfunktion $f(x) = x\%10$. Die folgende Hashtabelle wurde mit linearem Sondieren erzeugt.

f(x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x			12	22	32	5				

   (a) Die 22 wird gelöscht, indem ihr Platz einfach geleert wird. Was passiert danach bei der Suche nach der 32?

   (b) Wie macht man es richtig?

6. (4 Punkte) Eine Hashtabelle ist als Liste gespeichert, freie Plätze enthalten `None`. Die folgende Funktion fügt mit der Hashfunktion $f(x) = x\%N$ und linearem Sondieren ein.

```
def einfuegen(tabelle, x):
    N = len(tabelle)
    for i in range(N):
        p = (x % N + i) % N
        if tabelle[p] is None:
            tabelle[p] = x
            return
```

Schreibe eine Funktion `suchen(tabelle, x)`, die den Platz von `x` zurückgibt oder `None`, wenn `x` nicht in der Tabelle steht.

7. (3 Punkte) Gegeben sei die Hashfunktion $f(x) = x\%10$. Füge die Zahlenfolge `12 18 22 23 42 19 38` in die Hashtabelle ein. Benutze dabei quadratisches Sondieren.

f(x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x										

8. (3 Punkte) Gegeben sei die Hashfunktion $f(x) = x\%10$. Beim quadratischen Sondieren werden von $f(x)$ aus die Plätze $f(x)+0,\ f(x)+1,\ f(x)+4,\ f(x)+9,\ f(x)+16, \ldots$ untersucht, jeweils modulo 10.

   (a) Welche Plätze werden für eine Zahl mit $f(x) = 0$ überhaupt untersucht?

   (b) Gib sechs Zahlen an, nach deren Einfügen die Zahl 30 keinen Platz findet, obwohl noch Plätze frei sind.

9. (3 Punkte) Gegeben sei die Hashfunktion $f(x) = x\%10$. Die folgende Hashtabelle wurde mit quadratischem Sondieren erzeugt. Schreibe eine mögliche Reihenfolge des Einfügens auf.

f(x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	36	20	62	22			42	37	12	

10. (3 Punkte) Gegeben sei die Hashfunktion $f(x) = x\%10$. Die folgende Hashtabelle wurde entweder mit linearem oder mit quadratischem Sondieren erzeugt. Welches Verfahren war es? Begründe und schreibe eine mögliche Reihenfolge des Einfügens auf.

f(x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	31	11	22		15	41	26			35

11. (4 Punkte) Gegeben seien die beiden Hashfunktionen $f_1(x) = x\%10$ und $f_2(x) = (2x + 3)\%10$. Füge die Zahlenfolge `12 18 22 23 42 19 38` in die Hashtabelle ein. Benutze als Sondierungsverfahren Double Hashing.

f(x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x										

12. (3 Punkte) Gegeben seien die Hashfunktionen $f_1(x) = x\%10$ und $f_2(x) = (2x + 3)\%10$ für Double Hashing.
    (a) Welche Werte kann f_2 annehmen?
    (b) In der Hashtabelle sind die Plätze 1 und 6 belegt, alle anderen sind frei. Die 21 soll eingefügt werden. Was passiert?
    (c) Wie sollte man die Größe N der Hashtabelle wählen, damit das nicht passieren kann?

13. (3 Punkte) Eine Hashtabelle mit geschlossenem Hashing hat $N = 1000$ Plätze, davon sind 900 belegt.
    (a) Berechne den Belegungsgrad α.
    (b) Bei Double Hashing braucht man im Mittel ungefähr so viele Sondierungsschritte:

$$\text{erfolglose Suche: } \frac{1}{1-\alpha} \qquad \text{erfolgreiche Suche: } -\frac{\ln(1-\alpha)}{\alpha}$$

    Berechne beide Werte.
    (c) Was sollte man tun, wenn noch mehr Elemente dazukommen?

14. (2 Punkte) In Python kann ein Tupel Schlüssel eines Dictionarys sein, eine Liste nicht:

```
d = {}
d[(1, 2)] = 'a'      # erlaubt
d[[1, 2]] = 'b'      # TypeError: unhashable type: 'list'
```

Erkläre mit dem Hashing, warum Listen nicht als Schlüssel erlaubt sind.