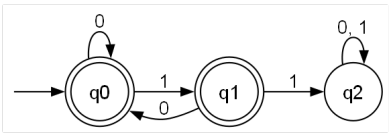
1. (3 Punkte) Gegeben ist das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.
   (a) Wie viele Wörter der Länge 3 gibt es über Σ? Gib alle Wörter mit höchstens 2 Zeichen an.
   (b) L sei die Sprache der Wörter mit genau einem b. Gib alle Wörter von L mit höchstens 3 Zeichen an. Liegt ε in L?
   (c) Ist L endlich? Ist Σ^* endlich?

2. (3 Punkte) Konstruiere einen DEA über $\Sigma = \{a, b\}$, der die Sprache der Wörter mit einer geraden Anzahl von a und mindestens 3 b akzeptiert. Gib auch die Zustandsübergangstabelle an.

3. (3 Punkte) Konstruiere einen DEA über $\Sigma = \{a, b\}$, der die Sprache $L = \{ab^n a^m : n \geq 2, m \geq 3\}$ akzeptiert.

4. (4 Punkte) Konstruiere einen DEA über $\Sigma = \{I, V, X\}$ mit höchstens sieben Zuständen (ohne Fehlerzustand), der genau die römischen Zahlen von 1 bis 10 akzeptiert, also $\{I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X\}$.

5. (3 Punkte) Der DEA akzeptiert alle Wörter über $\{0, 1\}$ ohne zwei aufeinanderfolgende Einsen.



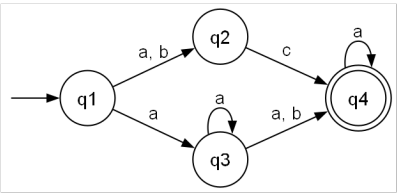
   (a) Welche Sprache akzeptiert der DEA, wenn man Endzustände und Nicht-Endzustände vertauscht?

   (b) Der NEA mit den Zuständen A, B, C, D aus dem Notebook akzeptiert alle Wörter, die 010 enthalten. Vertauscht man auch hier die Endzustände, akzeptiert er dann genau die Wörter ohne 010? Prüfe das Wort 010.

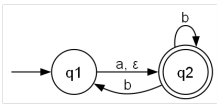
6. (3 Punkte) Die Sprache L besteht aus allen Wörtern über $\Sigma = \{0, 1\}$, die mindestens zwei Nullen enthalten, zwischen denen der Teilstring 11 vorkommt. Konstruiere einen endlichen Automaten (es darf ein NEA sein), der genau L akzeptiert.

7. (3 Punkte) Die Sprache L besteht aus allen Wörtern über $\Sigma = \{a, b\}$, die aa oder bb enthalten. Konstruiere einen endlichen Automaten, der genau L erkennt.

8. (4 Punkte) Konstruiere zu folgendem NEA über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ mit der Potenzmengenkonstruktion einen DEA, der dieselbe Sprache akzeptiert. Gib die Zustandsübergangstabelle an und zeichne das Diagramm.



9. (3 Punkte) Konstruiere zu folgendem NEA über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ mit der Potenzmengenkonstruktion einen DEA, der dieselbe Sprache akzeptiert. Gib die Zustandsübergangstabelle an und zeichne das Diagramm.

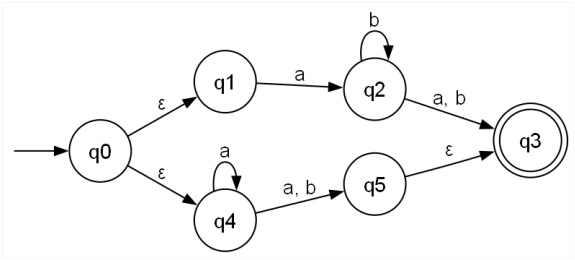


10. (4 Punkte) Die Sprache L besteht aus allen Wörtern über $\Sigma = \{0, 1\}$ mit der folgenden Eigenschaft: Im Wort kommt sowohl 0110 als auch 101 als Teilwort vor. Gib einen regulären Ausdruck für L an.

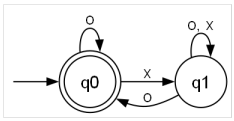
11. (2 Punkte) Die Sprache L besteht aus allen Wörtern über $\Sigma = \{a, b\}$ mit der folgenden Eigenschaft: Das Wort enthält aa oder bb. Gib einen regulären Ausdruck für L an.

12. (3 Punkte) Die Sprache L besteht aus allen Wörtern über $\Sigma = \{a, b\}$ mit der folgenden Eigenschaft: Das Wort enthält höchstens einmal aa und nie bb. Gib einen regulären Ausdruck für L an.

13. (3 Punkte) Gegeben ist der folgende endliche Automat A über $\Sigma = \{a, b\}$. Gib einen regulären Ausdruck an, der die Sprache $L(A)$ beschreibt und dabei höchstens zweimal das Vereinigungssymbol $\cup$ enthält.



14. (3 Punkte) Gegeben ist der folgende endliche Automat A über $\Sigma = \{o, x\}$. Gib einen regulären Ausdruck an, der die Sprache $L(A)$ beschreibt.



15. (4 Punkte) L_1 ist die Sprache der Wörter über $\{a, b\}$ mit gerader Länge, L_2 die Sprache der Wörter, die mit a beginnen. Die DEAs dafür haben die Tabellen

	a	b
$\rightarrow * \mathtt{g}$	u	u
u	g	g

	a	b
$\rightarrow \mathtt{s}$	A	F
$* \mathtt{A}$	A	A
F	F	F

Konstruiere den Produktautomaten für $L_1 \cap L_2$: Seine Zustände sind Paare aus je einem Zustand der beiden DEAs. Gib nur die erreichbaren Zustände an. Welche Zustände sind Endzustände?

16. (3 Punkte) Der DEA aus der Aufgabe zum Komplement (keine zwei Einsen hintereinander) hat 3 Zustände und liest das Wort $w = 0101$.
    (a) Gib die Folge der Zustände an. Warum muss ein Zustand doppelt vorkommen?
    (b) Zerlege $w = xyz$, so dass y das Teilwort zwischen dem ersten und dem zweiten Besuch dieses Zustands ist.
    (c) Prüfe, dass xz, xy^2z und xy^3z akzeptiert werden.

17. (3 Punkte) Zeige mit dem Pumping-Lemma, dass die Sprache $L = \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$ nicht regulär ist.

18. (3 Punkte) Zeige mit dem Pumping-Lemma, dass die Sprache $L = \{0^k 10^j \mid k > j\}$ nicht regulär ist.

19. (4 Punkte) (a) Wann akzeptiert ein NEA ein Wort? Warum kann man einen NEA trotzdem mit einem gewöhnlichen Programm ohne Raten simulieren?

    (b) Was sagt der Satz von Kleene?

    (c) Eine Sprache erfüllt die Bedingungen des Pumping-Lemmas. Ist sie dann regulär?

    (d) Warum kann kein endlicher Automat prüfen, ob ein Ausdruck korrekt geklammert ist? Welches Modell kann es?

20. (4 Punkte) Schreibe ein Programm, das prüft, ob ein regulärer Ausdruck eine Sprache richtig beschreibt. Es soll für alle Wörter über $\{a, b\}$ mit höchstens 10 Zeichen vergleichen, ob `re.fullmatch` mit dem Ausdruck dasselbe Ergebnis liefert wie eine direkte Prüfung der Eigenschaft, und die Wörter ausgeben, bei denen es nicht stimmt. Teste es mit der Sprache der Wörter, die aa oder bb enthalten, und einmal mit dem falschen Ausdruck `(a|b)*aa(a|b)*`.